DOI: 10.21030/anyp.2016.1.3

Varga Noémi

Szövegértés a matematikaórán

Bár meglepő lehet a matematika és a szövegértés fogalmát összekapcsolni, a tanulmány célja annak bemutatása, hogy a két terület nem különül el élesen egymástól. Olyan iskolai helyzetben, mint például a matematikaórai szöveges feladatok megoldása, erősen befolyásolhatják is egymást. A gimnazisták körében végzett vizsgálat arra keresi a választ, hogy a szövegértési képesség mennyiben befolyásolja a matematikaórán előforduló szöveges feladatok megoldásának a sikerességét vagy éppen kudarcát, valamint hogy a szövegértés fejlesztésével javulhatnak-e a matematikai teljesítmények. A tanulmány további célja az, hogy felhívja a tanárok figyelmét a tantárgyi határok elmosódására, valamint a különböző szaktárgyakat tanító tanárok közötti együttműködés fontosságára. Emellett módszertani segédletet kíván nyújtani a matematikaórai szövegértés fejlesztéséhez.

Szövegértés és matematika

Mindennapjainkban gyakran összekapcsolódnak a szövegértés és a matematika különböző területei. Nagyon sok embernek felnőttként kell először egyedül utaznia, és akkor tapasztalja meg, hogy nem egyszerű például egy menetrend értelmezése. Vásárlásainkkor is érdemes összevetni, értelmezni a különböző termékek árait és kiszámolni a számunkra legmegfelelőbbet. Sokszor az áruházak is kihasználják az emberek jóhiszeműségét és azt, hogy az idő vagy esetleg a képességek hiányában nem tudják a vásárlók felmérni, hogy az éppen akciós termékek valóban olcsóbbak-e. Az otthoni házimunka végzése vagy főzés közben is szükséges, hogy például a tisztítószereken feltüntetett vagy a receptben leírt utasításokat megértsük, értelmezzük. Fontos, hogy a helyesen kiszámolt mennyiségeket használjuk, és az értelmezett szövegnek megfelelően alkalmazzuk a mérés szabályait. A televízióban vagy az újságokban gyakran találkozhatunk különböző grafikonokkal, diagramokkal, amelyek politikai, gazdasági, vallási, bűnügyi statisztikák és felmérések eredményeit szemléltetik. Ahhoz, hogy a látott vagy hallott üzenetet jól kódoljuk, nélkülözhetetlen a képi szövegértés, a százalékszámítás, a statisztika, a valószínűség-számítás és a logika területeinek együttes használata. Sajnos a média gyakran épít a nézők szövegértési és matematikai hiányosságaira, és képes egyes ábrákat, grafikonokat úgy értelmezni, hogy a valóság torz képe tudatosuljon az emberek fejében.

A fenti példák szerves részét képezik mindennapi életünknek. Ezekben az esetekben sem a szövegértés, sem a matematika alkalmazása, sem pedig a két terület együttes használata nem tudatos folyamat. A hétköznapokban látott és hallott szövegeket legtöbbször anélkül értelmezzük és kapcsoljuk össze a matematika különböző területeivel, hogy szándékosan végiggondolnánk az ehhez szükséges lépéseket. Ahhoz, hogy a felsorolt szituációk megoldásmenete automatikussá váljon, érdemes lenne tudatosan gyakorolni, gyakoroltatni az ehhez hasonló problémák megoldását. Bár az iskolákban foglalkoznak a szövegértési és a matematikai kompetencia fejlesztésével, de egyrészt a tanulmányokból és a tapasztalatokból az derül ki, hogy nem eleget, másrészt a két terület külön-külön, a megfelelő tantárgyi órákon kap hangsúlyt. Érdemes lenne azonban tudatosan is olyan helyzeteket teremteni a tanórákon, amelyekben mind a szövegértési képesség, mind a matematika alkalmazása fontos szerepet kap. Az egyik ilyen terület, ahol a jó eredményhez mindkét kompetencia együttes használatára szükség van, a matematikaórán előforduló szöveges feladatok megoldása.

A tapasztalat azt mutatja, hogy a diákok számára a matematikai szöveges feladatok megoldása nehézséget jelent. Amikor a matematika különböző témaköreit szöveges példákon keresztül kérik

számon, még azoknak a tanulóknak is romlanak a jegyei, akik viszonylag jók matematikából. A tanulmány többek között azt vizsgálja, hogy mennyiben befolyásolja a diákok szövegértési képessége a matematikai szöveges feladatok megoldását. Van-e összefüggés a szövegértési kompetencia és a rossz eredmény között? A kutatás egyik hipotézise az, hogy van összefüggés, és az esetek nagy részében a tanulók a szöveges feladatokat nem a matematikai kompetencia hiánya, hanem szövegértési nehézségek miatt nem képesek megfelelően megoldani.

A kutatás arra is választ keres, hogy a szövegértés fejlesztésével a matematikaórán kapott jegyek is javulnak-e. Ennek megválaszolásához előzetesen nem előkészített és előzetesen előkészített szöveges feladatok megoldásának a sikerességét hasonlítja össze ugyanannál a csoportnál. Ezzel támasztja alá a másik két hipotézist, miszerint az előzetesen előkészített feladatok megoldása kevesebb nehézséget okoz a diákoknak, és sokkal nagyobb százalékban lesz sikeres. Ebből az következik, hogy a szövegértés fejlesztésével a matematikajegyek is javulnak, ezért szükséges az, hogy a matematika és magyar szakos tanárok együttműködjenek, és hogy mindkét tanórán megjelenjen a másik terület anyaga is.

A szöveges feladatok céljai

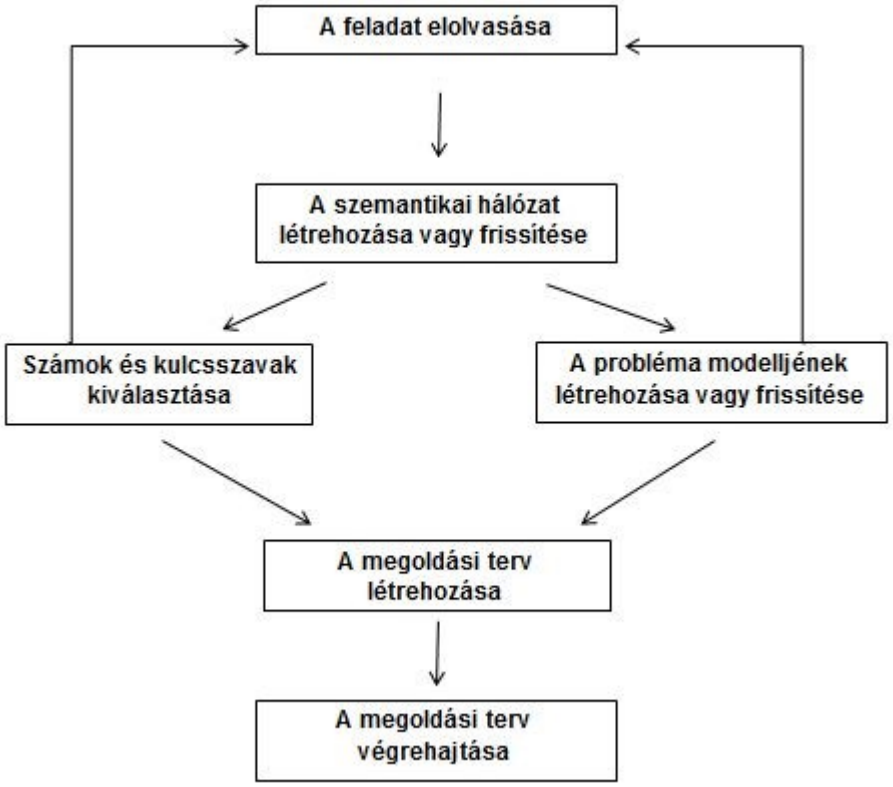
A diákoktól gyakran hallani, főleg matematikaórán, azt a kérdést, hogy miért tanuljuk ezt, mikor fogom én ezt használni. Több tanulmány szerzője is megpróbálja megfogalmazni, mi is a matematika tantárgy, illetve azon belül is a szöveges feladatok célja, haszna. Wyndham és Säljö meghatározását veszi át Kelemen is tanulmányában, amely szerint a matematikaoktatás egyik legfontosabb, nemzetközi és hazai fórumokon egyaránt deklarált szerepe, hogy felkészítse a diákokat az életben való eligazodásra életszerű problémák megismerésével és ezek megoldásának begyakorlásával (Kelemen 2004: 29). „Ambrus András és Vancsó Ödön ezeknek a feladatoknak megfelelően a »gyakorlatorientált« jelzőt vezették be a magyar köztudatba, az egyoldalúan csak elméleti, absztrakt matematikaoktatással szemben” (Kelemen 2006: 58).

Habár a megfogalmazott célok alapján látható, hogy a szöveges feladatok matematikaórai szerepeltetése elsődlegesen a problémamegoldó képesség és a szövegértés fejlesztése végett lenne fontos, a tapasztalatok azt mutatják, mégsem ez valósul meg. Tény, hogy a diákok matematikatanulmányaik során, egészen a középiskola végéig, nagyon sokszor találkoznak szöveges feladatokkal. Így „akaratlanul” vagy inkább nem tudatosan fejlődnek a fent említett képességeik, de ezek a „találkozások” az egyes matematikai témakörök után történnek csak meg. Mindebből az következik, hogy a szöveges feladatokat a fenti képességek fejlesztése helyett a gyakorlatban a műveletfogalom kialakítására és a műveletvégzés közvetett begyakoroltatására használják a tanórákon.

A szöveges feladatok problémája

A kutatások is felfigyeltek már arra a problémára, hogy a tanulók számára a szöveges feladatok megoldása sokkal nagyobb nehézségbe ütközik, mint az aritmetikai, számolós feladatoké. Ahhoz, hogy megtalálhassák a probléma forrását, különböző modelleket próbáltak az egyes kutatók létrehozni, amelyek a szöveges feladat megoldásának a menetét ábrázolják.

Hegarty, Mayer és Monk (1995), majd Mayer és Hegarty (1998) tanulmányai egyszerű, egyetlen alapművelettel megoldható szöveges feladatokkal foglalkoztak (Csíkos 2003: 37). A legnagyobb újdonságot az jelentette modellezésükben, hogy túllépnek a szekvenciális folyamatábrázoláson, és úgy képzelik el a feladatmegoldás lépéseit, hogy azok nem lineárisan folytatódnak, hanem ciklusokkal, elágazásokkal vannak tele, ahogy az 1. ábrán is látható.



1. ábra
Mayer és Hegarty szövegesfeladat-megoldásának modellje

Az első és az utolsó két lépés, azaz a feladat elolvasása és a megoldási terv létrehozása, majd végrehajtása a két állandó pont, e kettő között jöhetnek létre a ciklusok, azaz egyik lépésről visszatérhetünk egy korábbi lépésre, akár többször is (Csíkos 2003: 37). Azt állapították meg, hogy a diák többször is visszatér például a feladat szövegének az elolvasásához. A sikeres megoldáshoz szükséges is, hogy így tegyen, hiszen a helyes megoldás eléréséhez gyakran túl kell lépnie azon az automatizmuson, hogy a feladat számadatait kigyűjtve, rögtön felírja a műveletet.

A különböző feladatmegoldási modelleket kitaláló és leíró kutatók többnyire egyetértenek abban, hogy legtöbbször valahol a megoldás menetének az elején kell keresni a probléma forrását. Kétféle problémamegoldó eljárást különböztetnek meg, az egyik a problémareprezentáció, a másik a közvetlen transzlációs eljárás. „A szerzők direkt vagy közvetlen transzlációs stratégiának nevezik azt az eljárást, amikor az integrálási folyamatban a megoldó tartalmilag kivonatolja (kiragadja) azokat a számokat és kulcskifejezéseket, amelyek a végrehajtáshoz az aritmetikai műveleteket megalapozzák” (Kontra 2001: 6). Azt találták, hogy akik ezt az eljárást használják, inkább a sikertelen problémamegoldók körébe tartoznak (Kelemen 2004: 33). Akik viszont a problémareprezentáló eljárást alkalmazzák, azaz akik a problémában leírt szituáció megértésére, majd annak modellezésére törekednek, inkább adnak helyes választ a feladatra. Jól példázza a kétféle stratégia különbségét a Reusser 1988-as tanulmányában található feladvány: *Egy hajón 26 bárány és 10 kecske van. Hány éves a kapitány?* Megdöbbentő eredményt figyeltek meg a kutatók: az esetek nagy (kb. 75) százalékában a tanulók a transzlációs stratégiai eljárást alkalmazták, és a két számadatból valamilyen művelet segítségével próbáltak megoldást találni. Természetesen a vizsgált tanulók alsó tagozatosok voltak, de a probléma forrása későbbi osztályokban is megfigyelhető.

A témát körüljáró tanulmányokban látható, hogy a tanulók nagy részének támad valamilyen fokú nehézsége a szöveges feladatok megoldásában matematikai tanulmányai során. A tanulmányokban

szereplő vizsgálatok azt bizonyították, hogy legtöbbször valahol a feladat megoldásmenetének elején található a hiba. Sokszor már a legelső lépés, a szöveg megértése és értelmezése is problémát okoz a legtöbb tanuló számára. A felmérés azt a feltételezést próbálja alátámasztani, miszerint a matematikai szöveges feladatok helytelen megoldását leginkább a szövegértési hiányosságok okozzák, és ennek fejlesztésével a matematikai jegyek is javulhatnak.

A vizsgálat

Anyag és módszer

A felmérésben egy budapesti hatosztályos gimnázium harmadik évfolyamos (azaz kilencedik évfolyamos) osztályának diákjai vettek részt. Az osztály mind a matematika-, mind a magyartanár elmondása szerint jó képességű tanulókból áll. Persze vannak képességbeli különbségek az egyes diákok között, de a négy évfolyamos osztályokhoz képest jobban teljesítenek.

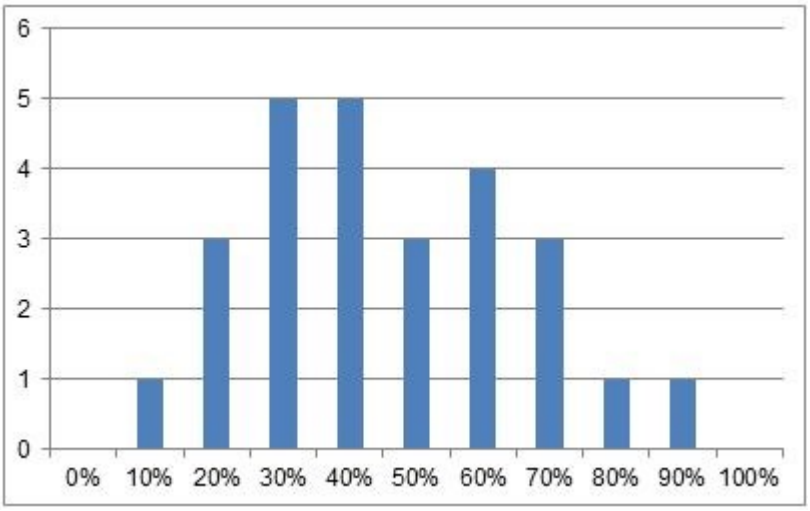
A feladatlapokat összesen 26-an töltötték ki, köztük 14 lány és 12 fiú. Először egy három feladatlapból álló tesztsort végeztek el három egymást követő órán. A három óra közül egyik sem volt sem magyar-, sem matematikaóra, ezzel is megpróbálva elkerülni a diákok és az eredmények befolyásolását. Saljö és Wyndhamn vizsgálata (Wyndhamn–Säljö 1997) kimutatta, hogy a feladatmegoldást meghatározza az is, hogy milyen órán történik. Az első felmérést követően, két héttel később még egy feladatlapot oldottak meg a gyerekek, amelyben ismét matematikai szöveges feladatok szerepeltek, ezek megoldásának módja azonban a szöveg előkészítésével kezdődött. A cél az így megoldott feladatok eredményeinek az összehasonlítása volt a korábban megoldott matematikai szöveges feladatokéval. Az összehasonlítás arra kereste a választ, hogy jobb eredményt érnek-e el a tanulók akkor, ha segítséget kapnak a szöveg értelmezéséhez. Amennyiben valóban sikeresebbek az előkészített feladatok megoldásában, az is azt a tényt támasztja alá, hogy a matematikai szöveges feladatok megoldásakor nagyobb hangsúlyt kap a szövegértési képesség, mint a matematikai kompetencia.

A vizsgálat eredményei

A szövegértés vizsgálata

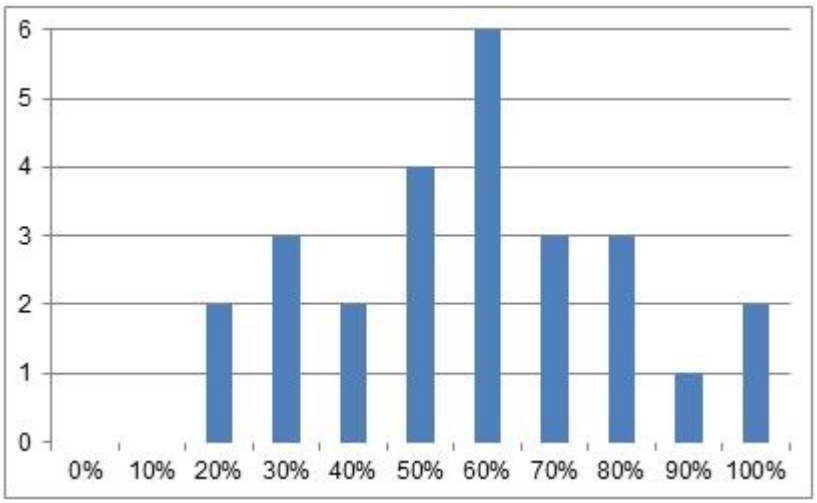
Az első feladatlap a tanulók szövegértési képességeit vizsgálta. A felmérésben két szöveget kellett a diákoknak elolvasniuk, és ezután válaszolniuk néhány kérdésre. Az első szöveg egy közepes nehézségi fokú cikk volt, amely az alternatív üzemanyag-előállítás jövőbeni kényszereiről és költségeiről közölt állításokat, és burkolt formában véleményt is. A szöveg után nyolc állításról kellett eldönteniük, hogy igazak-e, vagy sem, majd néhány mondatos érvelést írniuk. Ennek a feladatnak az volt a célja, hogy megvizsgálja, mennyire tudják a tanulók az olvasott szövegben lévő információk közötti kapcsolatokat felismerni és megérteni, valamint képesek-e a szöveg egészét értelmezni, arról véleményt formálni. A második szöveg is közepes nehézségű volt, két alszövegből, egy híranyagból és egy elemző anyagból állt, Chagall munkáiról szólt. A két alszöveg elolvasása után kellett a gyerekeknek válaszolniuk 15 kérdésre, és azt is meg kellett adniuk, hogy melyik alszövegből szerezték az információt. A feladat célja annak kiderítése volt, hogy mennyire tudnak a diákok információkat kigyűjteni és összehasonlítani azonos témájú, de különböző műfajú szövegekből.

Az eredményeket százalékos lebontásban a következő két grafikon tartalmazza (2. és 3. ábra). A grafikonokon a vízszintes tengelyen a feladatok megoldottságának százalékos lebontása látható, a függőlegesen pedig a tanulók száma. A grafikonokról így leolvasható, hogy hány gyerek tudta megoldani a feladatot adott százalékos sikerességgel. Az 1. grafikonon látható, hogy az első, üzemanyaggal kapcsolatos szöveg feladatait az osztály 17 tanulója 50%-osan vagy az alatt teljesítette.



2. ábra
Az Üzemanyag *című szöveg eredményei*

A 2. grafikonról leolvasható, hogy a Chagall-kiállítással kapcsolatos szöveg utáni feladatokat 15-en teljesítették 50% fölött.

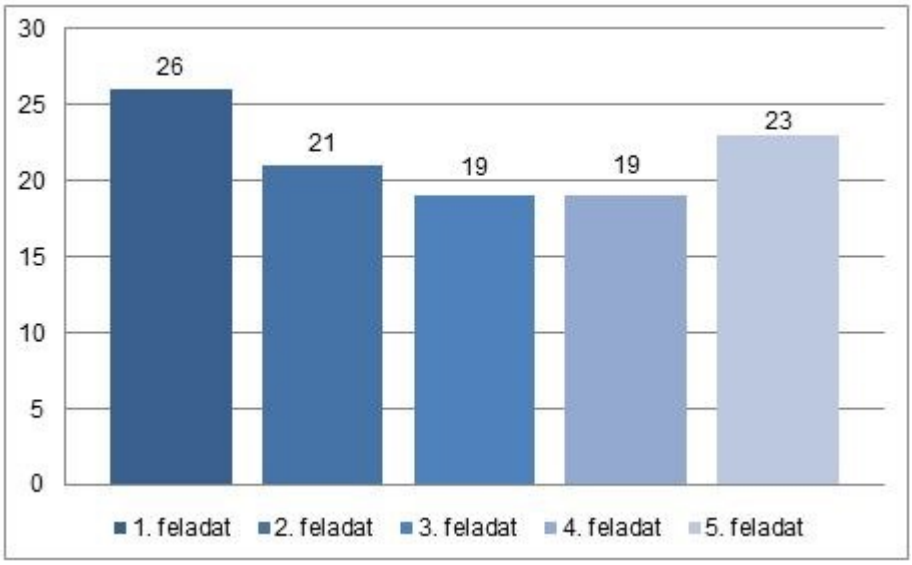


3. ábra
A Chagall *című szöveg eredményei*

Jobban teljesítettek a diákok a második szövegnél, ahol az információk kikeresése és összevetése volt a feladat, mint akkor, amikor a szöveg egészét és az egyes részek közötti összefüggéseket kellett megérteniük. Ennek következménye lehet az is, hogy a matematikai szöveges feladatok olvasásakor a figyelmüket sokkal inkább az egyes adatok, mennyiségek ragadják meg, és a szöveg globális egészét nem vagy csak kevésbé értelmezik.

Aritmetikai feladatok

A csak aritmetikai feladatokat (a négy alapműveletet a racionális számok halmazán, hatványozási alapokat) tartalmazó feladatlap a diákok számolási képességét mérte fel. A következő grafikon (4. ábra) azt mutatja összefoglalóan, hány tanuló volt sikeres a megoldásban az egyes feladatokat tekintve.

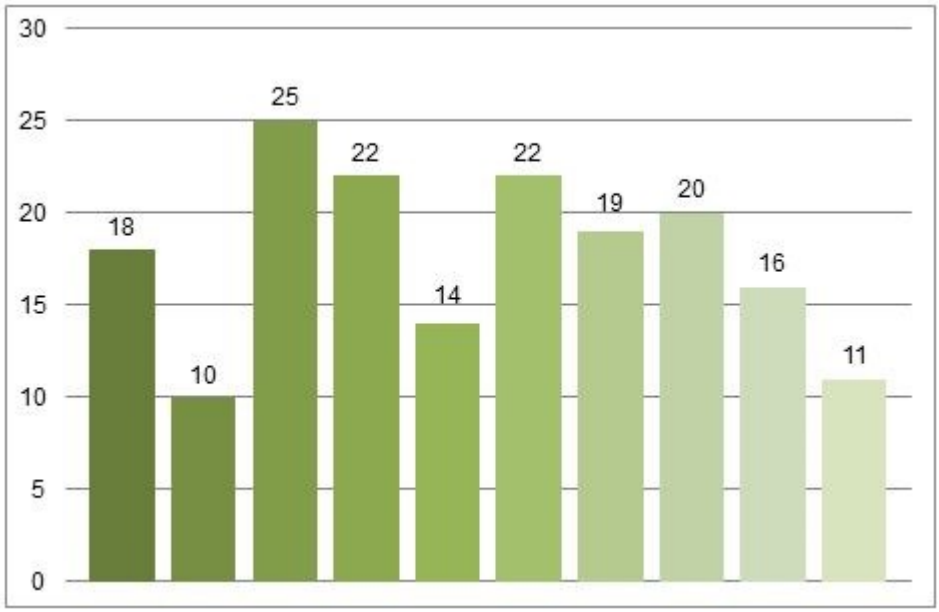


4. ábra
Az aritmetikai feladatok sikeres megoldottsága feladatonként (fő)

Az első két feladat egyszerűnek mondható, háromjegyű számokat már harmadik osztályban, míg a számok tizedes tört alakját már ötödik osztályban tanulják. Az eredményeket vizsgálva az derült ki, hogy a harmadik feladat, a törtek szorzása, osztása okozta a legnagyobb problémát a diákok körében. Fontos összehasonlítani az egyes diákok esetében, hogy ugyanazt a feladatot milyen eredménnyel oldják meg akkor, ha a feladat szövegbe van ágyazva, illetve akkor, ha csak a matematikai számolást kell elvégezniük. Ezért a negyedik és az ötödik feladat szerepel az aritmetikai feladatlapon, valamint a szöveges feladatok között is. Míg a negyedik feladatot szövegbe ágyazva 16-an rontották el, és ebből 5-en ejtettek számolási hibát, addig az ugyanezt matematikailag leíró feladatra 7-en adtak hibás választ, és ebből csak 3-an matematikai hiányosságok miatt. A hatványozási feladatnál hasonló eredmények születtek. Míg a szöveges megfogalmazás esetén 16 tanulónak hibás az eredménye, addig a számolási feladatban csak 3-an rontottak.

Matematikai szöveges feladatok

Ez a feladatsor a „tipikus” matematikai szöveges feladatokat tartalmazza, ilyen szövegezésű feladatokkal találkoznak a diákok a legtöbbször matematikai tanulmányaik során. A feladatsor azonban olyan gyakorlatokból áll, amelyek becsapósak lehetnek, és szövegértési probléma miatt esetleg nehézségbe ütközhet a megoldásuk. A tanulóknak 10 ilyen szöveges feladatot kellett megoldaniuk 45 perc alatt. Az 5. ábrán az látható, hogy hány gyerek ütközött valamilyen nehézségbe az egyes feladatok megoldása során. A függőleges tengely a diákok számát, a vízszintes tengely a feladatok sorrendjét tartalmazza.



5. ábra
A matematikai szöveges feladatok helytelen megoldottsága feladatonként

Némelyik feladatban meglepő eredmények születtek a jó megoldások tekintetében, ezért ezeket a tanulmány részletesebben mutatja be.

2. feladat

A ma is legendás Oxford–Cambridge-evezőversenyek 1829-ben kezdődtek. Minden évben a Temzén rendezik, a verseny távja 6748 m. Egy hajóban 8 evezős és 1 kormányos ül. Percenként átlagosan 35 csapással eveznek. A verseny reggel 8 órakor kezdődött, és 8:18-kor már vége is volt. Átlagosan hány métert tettek meg percenként?

Ebben az esetben, amely egy hatodik osztályos tankönyvből vett példa, a kérdés az volt, hogy az amúgy egy alapművelettel (osztással) elvégezhető feladat megoldásában megzavarja-e a diákokat az, ha a feladat az átlagosnál kissé hosszabb, és sokkal több (legtöbbjük felesleges) információt tartalmazó szövegbe van ágyazva. A legtöbb kilencedikesnek nem okozott gondot a felső tagozatos példa, de így is voltak tízen, akik hibáztak. Két diáknak a verseny idejének kiszámítása okozott gondot. Lehetséges, hogy az zavarta meg őket, hogy míg a verseny kezdetének időpontja a *„reggel 8 óra”* kifejezéssel volt megadva, addig a verseny végét jelző időpont *(„8:18”)* előtt nem szerepelt napszak. Bár a megértést elvileg könnyítené a *„már vége is volt”* kifejezésben szereplő *már* partikula, néhányan a verseny végét este 8:18-ra tették. A legtöbb hibázót (5 fő) valóban megzavarta a túl sok információ. A legtöbben megpróbálták felhasználni, hogy 35 csapással eveznek a versenyzők, illetve volt, aki a 8 evezős és 1 kormányos információt is fontosnak tartotta, és ebből próbált levezetni valamilyen megoldást. Meglepő volt az egyik diák indoklása arra a kérdésre, hogy miért nem oldotta meg a feladatot: *„Nem lehet megoldani, mert hiányoznak adatok”,* miközben éppen az lett volna a cél, hogy a túl sok információ közül ki tudják-e szűrni a számoláshoz szükségeseket.

3. feladat

Hány lapból áll az a könyv, amelynek a 3. oldalon kezdődik a számozása, és 21 számjegyet használtak fel a számozás során?

A harmadik feladat nagyon meglepő eredményt hozott. A példa egy második osztályos Bendegúz levelező verseny (1) feladatának a mintájára készült. A megoldásához is a pontos szövegértésre, a fogalmak kellő ismeretére volt szükség. A diákoknak ismerniük kellett a lap, az oldal és a számjegy fogalmát, valamint alkalmazniuk kellett a való világból hozott tudásukat, miszerint ha egy könyv a 3. oldalon kezdődik, akkor egyrészt a 3-as számot írják az adott oldalra, másrészt előtte van még plusz egy lap, amely lehet a védőlap, címlap stb. A 26 diákból egyetlen egynek sikerült jól megoldania a feladatot. Legtöbbjüknek fogalmi hiányosságból adódó problémái voltak. 7-en nem tudták jól a számjegy fogalmát, sokan (7-en) nem voltak tisztában az oldal és a lap fogalmak közötti különbséggel. Az eredeti feladat megoldásából az derül ki, hogy a lap és az oldal közötti különbséget a készítők így fogalmazzák meg: *Egy lap két oldalból áll.* A fogalmi zavar onnan is adódhat, hogy a hétköznapokban gyakran használjuk az oldalt és a lapot egymás szinonimájaként, például *„Kitéptek egy oldalt a könyvből”, „Még csak egy oldalt lapoztam”*. A megoldók közül is sokan szinonimaként használták a két kifejezést, volt olyan, aki már úgy írta le a szöveget a papírjára, hogy *„a 3. lapon kezdődik a számozás”*. 8-an voltak azok, akik vagy nem használták fel az életbeli tapasztalataikat, vagy nem is rendelkeznek ilyen ismeretekkel, és nem tudták, hogyan épül fel egy könyv. Közülük öten pedig az 1-es számmal kezdték el a könyv számozását felírni. Őket azon kívül, hogy egyáltalán nem vagy nem megfelelő ismeretekkel rendelkeztek a témakörben, az is „becsaphatta”, hogy a feladat szövegében a *kezdődik* kifejezés is arra utalhat, hogy egy folyamat, ez esetben a számozás első mozzanata valósul meg.

Ahogy az 5. ábrán is látszik, ez a feladat okozta a legnagyobb nehézséget és félreértést a diákok számára. Tipikus példája annak, hogy a matematikai feladatok megoldásához nem elég a jó számolási készség, hanem elengedhetetlen feltétel a szöveg értése, értelmezése. A feladatmegoldás kiindulópontja már hibás, így lehetetlen a helyes következtetés. A diákok gondolkodásmódjának vizsgálatából kiderül, kizárólag a szöveg meg nem értéséből és a világról alkotott tudásuk hiányosságából fakad az ilyen nagy százalékú rontás.

4. feladat

Három tálon szendvicsek vannak. A másodikon kétszer, a harmadikon pedig háromszor annyi van, mint az elsőn. Ha a harmadikról 22 szendvicset átrakunk az elsőre, akkor azon 15-tel lesz több, mint a másodikon. Hány szendvics lesz ekkor az első tálon?

A negyedik feladat egy elsőfokú egyenlet ($x + 22 = 2x + 15$, ahol x az első tálcán lévő szendvics eredeti mennyiségét jelöli) megoldására vezethető vissza. A probléma megoldása viszont ennél egy kissé nehezebb. A jól felírt egyenletből a diák kiszámolhatja, hogy eredetileg az első tálon 7 darab szendvics volt. Így a feltett kérdésre a válasz 7 + 22, azaz 29. De ekkor észre kell venni, hogy ez nem lehetséges. Hiszen, ha valaki ellenőrzi a második mondat alapján a feladatot, rájön, hogy a harmadik tálcán 21 szendvics volt eredetileg, tehát onnan nem lehet 22 szendvicset elvenni. Ezt viszont sokan

elfelejtik, egyrészt mivel a diákok a matematikai tanulmányuk során, főleg az időhiány miatt, leszoknak az ellenőrzésről, másrészt erre a feladat szövege sem utal. A feladat kérdése is már a keletkezett mennyiségre kérdez rá, és az első tálcán lévő szendvics száma áll a középpontban. A harmadik tálcán lévő eredeti mennyiséget valójában nem is kell kiszámolni a feladat megoldásához. A diákok közül a feladat készítői szerinti helyes megoldást 4-en kapták meg, és 22-en rontották el a számolást. Közülük 8-an jól írták fel és oldották meg az egyenletet, nem ellenőrizték azonban, hogy valóban lehetséges-e ez a megoldás. 9 diáknak nem sikerült jól megértenie az egyes információk közötti kapcsolatot, így már az egyenlet felírásánál is problémába ütköztek. Főleg a harmadik mondat értelmezése okozott gondot. Az egyik nehézség abból adódott, hogy a mondatban mindhárom tálca megneveződik. Az egyenlet felírásakor azonban csak az első és a második tálcán lévő szendvics mennyisége kellene, hogy megjelenjen matematikai szimbólumokkal, hiszen ezek kapcsolatáról állít valamit a szöveg. A másik nehézséget az okozta, hogy míg az *„azon 15-tel lesz több”* kifejezés az első tálcára vonatkozik, mármint az első tálcán lesz 15 szendviccsel több, mint a másodikon, addig az egyenletben ezt a második tálcán szereplő mennyiséghez kell hozzáadni. Hiszen így írható fel a két tálca mennyisége közötti egyenlőség. 5 tanuló a szöveget teljesen máshogy értelmezte, mint a többség. Az ő értelmezésük szerint a harmadik mondatban szereplő *azon* mutató névmás által jelölt entitás a harmadik tálca volt (míg a többség az első tálcát vélte annak). Így ők a harmadik és a második tálca közötti összefüggéseket ábrázolták aritmetikai úton, és így számolták ki a megoldást. A kétféle értelmezést az teszi lehetővé, hogy az *azon* távolra mutató névmáshoz a mondatban közelebb helyezkedik el az első tálca kifejezés, így sokan ezért gondolhatták, hogy erre utal. Szófaji megnevezése azonban a funkcióját jelöli, azaz távolra mutat, így lehetséges az, hogy a mondat elején szereplő harmadik tálca válik jelöltté.

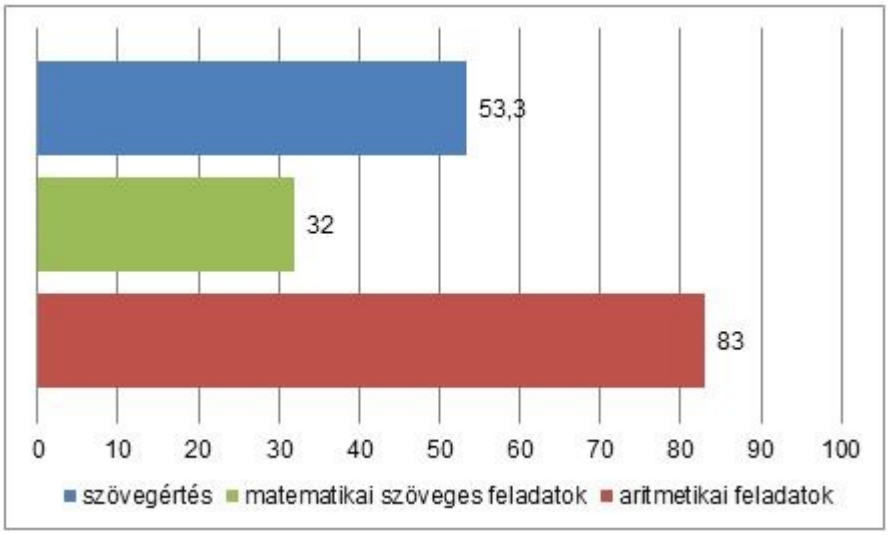
6. feladat

Egy autó indul Pestről Debrecenbe 70 km/h sebességgel. 15 perccel később egy másik autó Debrecenből a 120 km-re lévő Pestre indul el 95 km/h sebességgel. Melyik autó van közelebb Pesthez, amikor találkoznak?

A hatodik feladat ismét egyfajta „becsapós” probléma. A diákok a nyolcadik osztályban tanulják fizikából és matematikából is az úgynevezett „mozgásos” feladatokat, ahol az út, az idő és a sebesség függvényéből kell kiszámolni a különböző hiányzó adatokat. Ez egy olyan típusfeladat a matematikaórán, amely általában egy adott időkereten belül kerül elő a tanulmányok során. Ennek következménye az, hogy a gyerekek fejében rögzül a megoldás menete. Ha ehhez hasonló szöveges feladatot látnak, általában automatikusan a rögzült mechanikát hívják elő, és eszerint kezdenek hozzá a megoldáshoz. Egyetlen tanuló volt, aki mindenféle számolás nélkül odaírta a helyes választ: *„Amikor találkoznak, ugyanolyan messze lesznek Pesttől.”* Egy diák nem kezdte el a megoldást, a többi 24 tanuló mind elkezdte a betanult mechanizmussal megoldani a feladatot. Közülük mindössze 4-en jöttek rá közben a helyes válaszra. 20 diák, azaz az osztály kb. 70%-a nem tudta megválaszolni a kérdést. Az 5. ábráról leolvasható, hogy ez a feladat volt a 2. legnehezebb a diákok számára. A feladat megoldásának ilyen magas százalékú sikertelensége azt mutatja, hogy a szöveg pontos, koncentrált elolvasása és értelmezése helyett csak felszíni olvasás történik. Ez aktiválta a diákok fejébe bevéződött mechanizmust, és ismét a metakognitív meggyőződés vált erősebbé.

Összehasonlítás

A 6. ábrán a három feladatlap, azaz a három vizsgált területen elért osztályátlag százalékos összehasonlítása látható.



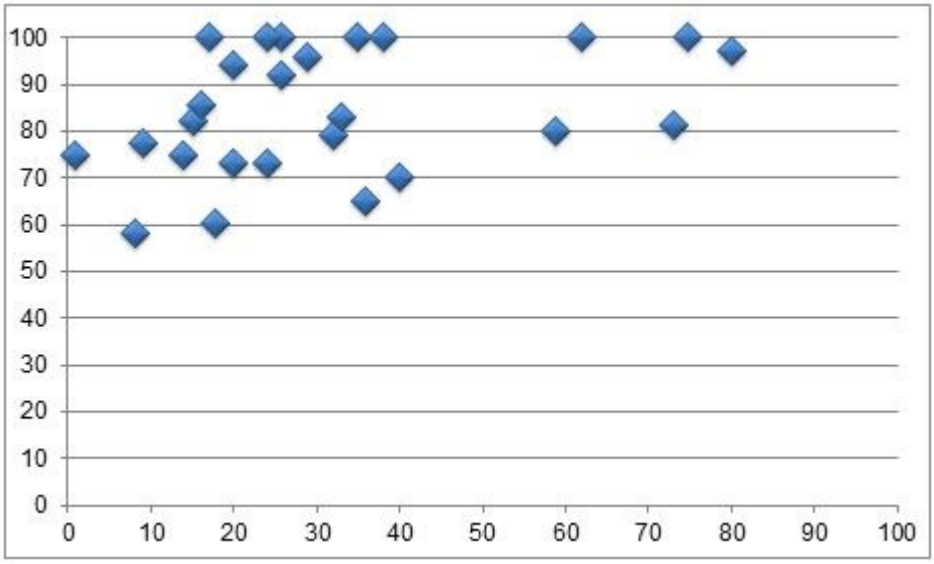
6. ábra
A három terület összehasonlítása

A szövegértést felmérő teszteken összességében a tanulók átlagosan 53,3%-ot értek el, a matematikai szöveges feladatok eredményes megoldásában az osztályátlag 32% volt, míg az aritmetikai feladatok megoldása átlagosan 83%-osan sikerült. Ha összehasonlítjuk a szövegértés és az aritmetikai feladatokat tartalmazó feladatlapok eredményeit, láthatjuk, hogy a diákok számolási készségei jók, míg a szövegértési képességük csak középszintű. Mivel a diákok többsége jól oldotta meg a pusztán matematikai számolást igénylő feladatokat, feltételezhetjük, hogy ezeket a szöveges feladatokban is jól oldották volna meg. Odáig azonban el sem jutottak, mert a kiindulási pontban, azaz a szöveg megértésekor már nehézségbe ütköztek.

Előkészített feladatlap

A háromórás, több feladatsoros vizsgálatot követően, két héttel később ugyanabban az osztályban még egy feladatlapot töltöttek ki a gyerekek. A megoldást azonban ekkor minden esetben megelőzte valamilyen előkészítés, amely az adott matematikai feladat szövegét és ennek értelmezését próbálta meg segíteni. A szöveg előkészítése a következő módszerekkel történt: a szöveg központozása, tartalmilag kisebb egységekre bontása, szómagyarázat, szinonimakeresés. A páros feladatokat különösen élvezték a diákok, akár együtt kellett vizuálisan ábrázolni a feladat szövegét, akár egymással versenyezve, egymást vizsgáztatva kellett közösen dolgozniuk. A szövegeket megelőző irányított beszélgetés, az előzetes ismeretek feltérképezése is segítően hatott, a gyerekek sokkal érdeklődőbben kezdtek neki egy-egy feladat megoldásának.

Az előkészített feladatok megoldási eredményeinek összehasonlítása a korábban elvégzett, előkészítés nélküli matematikai szöveges feladatok megoldásának eredményeivel érdekes tapasztalatokat hozott. Az összehasonlítást a 7. ábra tartalmazza.



7. ábra
Előkészített és nem előkészített szöveges feladatok megoldásának összehasonlítása (%)

Az előzetesen előkészített és előzetesen nem előkészített szöveges feladatokban elért teljesítmények egy közös térben ábrázolva pontfelhőként jelennek meg a grafikonon. A pontfelhő egy pontja egy tanulót reprezentál. A vízszintes tengelyen az előzetesen nem előkészített, a függőleges tengelyen az előzetesen előkészített feladatokban elért teljesítmény látható százalékban kifejezve. Optimális helyzetben a két formátumon elért teszteredmények megegyeznek. A grafikonon látható, hogy az előkészített feladatok megoldásában sokkal jobb eredményt értek el a diákok, mint az előzetesen nem előkészített feladatok megoldásakor. Ebben közrejátszhat az is, hogy csak négy előkészített feladatot oldottak meg, így több idejük is volt rá. Azt sem lehet tudni, hogy ugyanezeket a feladatokat előkészítés nélkül jól oldották volna-e meg. De ezektől eltekintve egyértelműen kijelenthető, hogy ha foglalkozunk a szöveg előzetes megértésének a segítésével, akkor a feladatmegoldás is könnyebb, jobb lesz. Ezáltal a matematikaórai teljesítmény is javulhat.

Módszerek a szövegértés fejlesztésére matematikaórán

Ha Pólya György elméletéből indulunk ki, a feladat megoldásában négy szakaszt különíthetünk el. Először meg kell érteni a feladatot, világosan kell látni, mi az, amit keresünk. A második lépés, hogy megvizsgáljuk, hogy a keresendő és az ismert adatok hogyan kapcsolódnak egymáshoz, és ezután megoldási alapötletet, tervet készítünk. A harmadik lépés a terv végrehajtása, majd a negyedik szakaszban a végeredményt vizsgáljuk meg, diszkutáljuk (Pólya 2000: 17). Saljö és Wyndhamn tanulmányukban (Wyndhamn–Säljö 1997) megfogalmazzák, hogy a szöveges feladatok megoldásakor fellépő probléma abból fakad, hogy a tanulónak a feladat közben különböző nyelvi és szimbólumrendszerek között kell mozognia. A szöveges feladatok által leírt valós szituációt először el kell vonatkoztatnia a szövegkörnyezettől és a valóságra vonatkozó ismeretektől, majd miután az aritmetikai feladatot helyesen megoldotta, az életből szerzett tapasztalatok felhasználásával vissza kell ültetnie az eredményt egy szöveges formátumba. Ehhez a képességhez pedig a szövegértés megfelelő szintű elsajátítására van szükség. Török Tamás is felismeri, hogy a matematikatanítás kiemelten fontos a szövegértés fejlesztése is, hiszen a feladat szövegének megértése nélkül a további lépések (megoldási terv készítése, végrehajtása) is hibásak lesznek (Török 2009: 5). Olyan tanulói visszajelzésekről számol be tanulmányában, amelyekből következtethetünk arra, hogy megfelelően értik-e, vagy éppen nem, az adott feladat szövegét. Ezek a következők:

– a feladattal összefüggő önálló, értelmes kérdésfelvetés képessége,
– a feladat saját szavakkal való elmondása, pontos visszaidézése,
– a feladat helyes megoldása, illetve

– a megoldás önellenőrzésének a képessége (Török 2009: 5).

Cs. Czachesz Erzsébet az olvasásmegértés tanításával kapcsolatban legelőször a tanulói motiválást emeli ki, mivel hatással van a szövegértésre az, ha a tanuló valamilyen céllal olvas szöveget (Cs. Czachesz 2004). A matematikai szöveges feladatok problémájának megoldását az segítené elő, ha ezeket valamilyen keretbe foglalnák, hogy legyen a különböző feladatok megoldásai és eredményei között kapcsolat. Így a diáknak nagyobb lenne a motiváltsága, mint amikor csupán egymás után feladatokat old meg. A másik fontos tényező, amelyet Cs. Czachesz kiemel, a szövegek előkészítése. Ennek célja, hogy a tanulók előzetes tudása és a szöveg között összeköttetéseket hozzon létre. A matematikai szöveges feladatokat vizsgáló tanulmányokban láthattuk, hogy a diákok gyakran kizárják a valós ismereteiket ilyen feladatok megoldása közben, főleg ha tantárgyi óra keretein belül zajlik a feladatvégzés. A kutatásban vizsgált, előkészített feladatok megoldásában is sokkal jobb eredményt értek el a diákok, amikor a feladat tartalmáról való beszélgetés előzte meg a megoldást.

A szöveg megértését Török Tamás szerint három tényező nehezítheti: a szöveg terjedelmessége, bonyolultsága (például milyen mértékben tartalmaz összetett mondatokat), valamint hogy tartalmaz-e matematikai fogalmakat és összefüggéseket (Török 2009: 5). A feladatok előkészítésével ezeket a problémákat is áthidalhatjuk. Kisiskoláskorban a tanár felolvassa a szöveget, majd az esetlegesen nem érthető fogalmakat megmagyarázza. Nagyobb korban szövegértést fejlesztő eljárás az is, ha a diákok olvassák fel a feladatokat, majd saját szavaikkal összefoglalják a lényeget. Itt a legfontosabb nem az, hogy meg tudta-e jegyezni a feladatban szereplő adatokat, hanem az, hogy megértette-e a szövegben található különböző kapcsolatokat, logikai összefüggéseket. A megértést segítheti az is, ha a tanár vagy a diákok párokban kérdéseket tesznek fel a feladattal kapcsolatban. Hosszabb, bonyolultabb szövegezésű feladatoknál nagyon sokat segít az értelmezésben, ha a szöveget kisebb egységekre bontják, és a feladat megoldási tervének készítésekor sorban, az egyes szakaszokat megértve haladnak tovább.

Nemcsak az írásban adott szövegek értését fontos gyakoroltatni a diákokkal, hanem a szóban elhangzottakét is. Ez általában sokkal problémásabb lehet, mivel kevesebb a lehetőség az újraolvasásra. Már Nyikityin, orosz matematikus is felhívja a figyelmet tanulmányában (Nyikityin 1950) arra, hogy a szövegértést sokszor segítheti az is, ha a feladat megoldásakor szemléltetést használunk. Ezt főleg alsós évfolyamokon fontos használni, begyakoroltatni, hogy később képesek legyenek a tanulók elvont műveletekkel dolgozni. Egy-egy nehéz, bonyolult szövegezésű feladatnál azonban a felsőbb évfolyamokon is érdemes ábrákat, táblázatokat, Venn-diagramokat alkalmazni.

A Reusser és Stebler által (Csíkos 2002) megfogalmazott és összeállított tanulói szabályrendszer feloldására is törekednünk kell. Az esetlegesen már kialakult metakognitív attitűdöt, azt, hogy a diák a feladatmegoldás során kizárja a valóságot, ezzel a szöveg valódi értelmezését is felülírja, a következőképpen lehetne megváltoztatni. Adjunk a tanulóknak olyan feladatokat is, amelyek értelmetlenek vagy megoldhatatlanok. Hiszen a mostani szemléletükben, amikor ahhoz vannak szokva, hogy minden feladatnak van megoldása, az ilyen típusú gyakorlatoknál leblokkolnak, vagy pedig rossznak nevezik őket. Ezekkel a feladatokkal jól lehet fejleszteni a szövegértésüket és a gondolkodásmódjukat is, ha például a feladat továbbgondolására vagy a feltételek megváltoztatására ösztönözzük őket (Török 2009: 12). Olyan feladatokat is érdemes adni a diákoknak, amelyekben információhiánnyal vagy éppen a megoldáshoz szükségesnél több adattal találkoznak. Ezzel el lehet érni, hogy ne csak átfussák a szöveget, és kiragadják a kulcsinformációkat, azaz ne a Mayer és Hegarty (Kelemen 2006: 58) által transzlációnak nevezett eljárási móddal oldják meg a feladatokat. Az ilyen feladatok segítik a tanulókat abban, hogy a szöveg egészének és az adatok közötti kapcsolatoknak a megértésére, értelmezésére törekedjenek.

A szövegértésük és a problémamegoldó képességük fejleszthető olyan feladatokkal is, amelyekben a feltételek megadása alapján nekik kell kitalálniuk szituációt, vagy az adatok, mennyiségek előzetes ismertetése után a diákoknak kell kérdéseket feltenniük. Szöveget előkészítő és szövegértést fejlesztő

feladat a fent felsoroltakon kívül számtalan van. A dolgozatnak nem is volt célja az összes felsorolása, csak annak bemutatása, mire kell különösen figyelni, ha a célunk az, hogy matematikaórán, a szöveges feladatok megoldása közben fejlesszük a diákok szövegértési képességét.

Összegzés

Ahogy az eredményeken is látszik, valóban van összefüggés a szövegértés és a matematikai szöveges feladatok megoldásának a sikeressége között. Felmerül a kérdés, hogy ennek a tudásnak a birtokában mit lehetne tenni tanárként azért, hogy az eredmények jobbak legyenek. Fontos, hogy a különböző kompetenciák fejlesztése ne csak egy adott tantárgy keretein belül, elkülönítve történjen, hanem iskolaidőben és azon túl is, minden óra feladata és célja legyen. Az ilyen összetett fejlesztés megvalósítása jelenleg azonban számtalan nehézségbe ütközik. Nagy segítség lenne, ha az egyetemeken a tanárképzés során lenne arra lehetőség, hogy a választott szakhoz kapcsolódó, kötelezően elvégzendő tárgyak mellett a hallgatók részt vegyenek olyan kurzusokon, amelyek felkészítik őket arra, hogy a különböző kompetenciákat saját tanórai menetükben is el tudják helyezni, legyen szó akár a szövegértési kompetencia fejlesztéséről a matematikaórán, akár a logikai képességek javításáról a magyar- vagy a kémiaórán. Ahhoz, hogy a körülmények ellenére lehessen változtatni a jelen helyzeten, a tanárok nagyfokú együttműködésére van szükség. Fontos lenne, hogy ne csak elméletben, hanem a gyakorlatban is megvalósuljon a közös munka, és hogy a tanárok (kiemelve most a matematika és magyar szakos tanárokat) segítsék egymás munkáját.

Irodalom

Cs. Czachesz Erzsébet 2004. *Olvasás és pedagógia*. Mozaik Kiadó. Budapest.

Csíkos Csaba 2002. Hány éves a kapitány? Matematikai szöveges feladatok megértése. *Iskolakultúra* 12: 10–16.

Csíkos Csaba 2003. Matematikai szöveges feladatok megértésének problémái 10–11 éves tanulók körében. *Magyar Pedagógia* 103: 35–55.

Kelemen Rita 2004. Egyes háttérváltozók szerepe „szokatlan” matematikai szöveges feladatok megoldásában. *Iskolakultúra* 11: 28–38.

Kelemen Rita 2006. Nemzetközi tendenciák a matematikai szöveges feladatok elméletében. *Iskolakultúra* 1: 56–65.

Kontra József 2001. A nyelvi és strukturális tényezők befolyása a szöveges feladatok megoldására. *Magyar Pedagógia* 101: 5–45.

Nyikityin, Nikolay Nikiforovich 1950. *Szöveges feladatok megoldása az általános iskolában*. Tankönyvkiadó. Budapest.

Pólya György 2000. *A gondolkodás iskolája*. Akkord Kiadó. Budapest.

Reusser, Kurt 1988. Problem solving beyond the logic of things: Contextual effects on understanding and solving word problems. *Instructional Science* 17: 309–338.

Török Tamás 2009. *Szöveges feladatok és tanításuk*. Nemzeti Tankönyvkiadó. Budapest.

Wyndhamn, Jan – Säljö, Roger 1997. A szöveges feladatok és a matematikai megértés. *Iskolakultúra* 12: 30–46.

(1) Bendegúz levelező verseny. www.bendeguz.hu. (2015. november 21.)

Varga, Noémi
Text comprehension on the mathematics classes

Although it might be surprising to link mathematics to text comprehension, the aim of this study is to show that these two areas are not as far from each other as it seems at first sight. They are strongly interconnected in situations at school such as when solving a word problem on the mathematics class. The investigation conducted among high school students aims to find out to what extent the chance to solve word problems in mathematics classes is influenced by the text comprehension competence of students and whether the performance in mathematics improves by developing text comprehension. Another aim of the study is to draw teachers' attention to the blurring boundaries between subjects and to the importance of cooperation between teachers of different subjects. Finally, it also aims to provide teaching resources for the development of text comprehension in mathematics classes.

Kulcsszók: matematika; szövegértés; szöveges feladat; módszertan

Keywords: mathematics, text comprehension, word problem, methodology

Az írás szerzőjéről

Varga Noémi Judit
magyar–matematika szakos tanár
varganoemijudit[kukac]gmail.com